École supérieure
du professorat
et de l'éducation
Académie de Lille
Lille Nord de France

MASTER 2 MEEF

Métiers de l'Enseignement, de l'Education et de la Formation

Mention **Premier degré**

Année universitaire 2014-2015

UE3 MEMOIRE
SEMESTRE 4
SESSION 1

Intitulé : La place des représentations mentales dans les difficultés de résolution de problèmes

Prénom et Nom de l'étudiant : Justine Nyiri

Site de formation : Villeneuve d'Ascq
Section : 11

Prénom et Nom de l'enseignant responsable : Daniel Dubois

École Supérieure du Professorat et de l'Éducation
Direction 365 bis rue Jules Guesde - BP 50458 - 59658 Villeneuve d'Ascq Cedex
Communauté d'Universités et d'Établissements Lille Nord de France
Tel. 03 20 79 86 00 - Fax. 03 20 79 86 01 - www.espe-lnf.fr

Sommaire

I. Introduction

Une des plus grandes difficultés à l'école primaire en mathématiques pour les élèves est la résolution de problèmes. Ce sujet intéresse fortement les didacticiens puisque la résolution de problèmes demande de nombreuses compétences et connaissances de diverses natures. L'étude de la résolution de problèmes se développe de plus en plus. De nombreuses recherches sont menées sur la compréhension de l'énoncé, sur le choix des opérations etc. mais peu sur la représentation mentale qui est pourtant une étape importante et influente dans l'élaboration d'une méthode de résolution.

Nous allons essayer de démontrer cette importance de la représentation mentale et les difficultés que son manque peut entrainer. Pour cela, nous allons définir la place de la représentation mentale dans la résolution de problèmes à l'école. Cela nous permettra d'expliquer l'origine de notre théorie. Puis, nous exposerons les modalités des entretiens ainsi que les déroulements. Ensuite, nous analyserons ces entretiens et en discuterons afin de conclure sur notre hypothèse. Un élargissement du questionnement ainsi qu'un rapport à la pratique professionnelle clôtureront cette étude.

II. La représentation mentale dans la résolution de problèmes

1. Les problèmes mathématiques

Tout d'abord, lorsqu'on parle de résolution de problèmes, il faut s'intéresser à la définition du mot « problème ». En effet, un problème a une signification différente selon le domaine qui le définit. En psychologie, un problème est « une situation dans laquelle il faut découvrir des relations, développer des activités d'exploration, d'hypothèses et de vérifications pour produire une solution » (Vergnaud, 1986). Cette définition est générale pour les sciences mais en mathématiques, il faut qu'il y ait une intention mathématique comme le précise Houdement (1999). Or, à l'école, beaucoup d'énoncés problématisés sont montrés comme des problèmes mathématiques alors qu'ils peuvent être résolus sans calcul, juste par simple lecture. Pour parler de résolution de problèmes mathématiques, il faut que dans la démarche de résolution, un calcul soit opéré.

A l'école primaire, la plupart des problèmes sont des "problèmes verbaux". En effet, à part quelques données numériques, le reste de l'énoncé est constitué de mots. Ces mots racontent une histoire et permettent de mettre en relation ces données dans un contexte et une situation particulière. Pour résoudre un problème, l'élève doit donc être en mesure de comprendre tous les mots de l'énoncé et l'énoncé en lui-même. Il a été démontré que la formulation des problèmes influe énormément sur sa compréhension et donc sur sa résolution. L'utilisation de mots qui déclenchent des associations de nature sémantique (par exemple « partager c'est diviser ») influencent de façon irréfutable la réflexion et par conséquent, la prise de décision par rapport au choix de l'opération (voir Fayol (2008) et Houdement (2011)). La place de la question dans le problème fait également l'objet de nombreuses recherches (Thevenot, Barouillet, Fayol, 2004). Le fait qu'elle soit en tête d'énoncé faciliterait les performances des enfants.

2. Les différents types de problèmes proposés à l'école primaire.

A l'école primaire et notamment à l'école élémentaire, un même problème peut avoir des objectifs différents. On pourrait classer ces objectifs en deux grandes catégories : les problèmes pour apprendre et les problèmes pour chercher. Dans la première catégorie, il existe ce que l'on appelle des situations problèmes. Ce type de problèmes vise la construction d'une connaissance nouvelle ou permet de découvrir un nouvel aspect d'une connaissance préalablement établie. Cette sous-catégorie est souvent mise au début d'une progression afin de permettre aux élèves de trouver une résolution experte. Il pourrait être une introduction pour une nouvelle technique opératoire par exemple. La deuxième sous-catégorie est le support d'un entrainement d'utilisation de la méthode experte. On pourrait les appeler problèmes d'application. Ils consistent à amener du sens puisqu'ils proposent différentes situations dans lesquelles la technique opératoire apprise serait applicable. Il existe également des problèmes de réinvestissement. Cette sous-catégorie fait appelle à des connaissances supplémentaires. On peut y trouver par exemple des problèmes à plusieurs étapes ou des problèmes avec des conversions. Dans la catégorie des problèmes pour chercher, ce sont souvent des problèmes ouverts qui sont proposés. Un problème ouvert est un problème dans lequel plusieurs procédures de résolution existent. Son but est d'apprendre aux élèves à chercher. Les élèves ne connaissent pas forcément la procédure experte mais ils peuvent utiliser des procédures personnelles. Ce type de problème est encore peu enseigné dans les écoles. Pourtant, ils permettraient aux élèves de donner plus de sens à la résolution de problèmes. En effet, souvent en classe, l'enseignant donne une batterie de problèmes en relation avec la technique opératoire étudiée. De ce fait, les élèves n'ont pas un réel besoin de chercher : il leur suffit de repérer les données numériques utiles à la réponse et d'appliquer la technique opératoire qu'ils viennent d'apprendre.

3. Les typologies de Vergnaud

Le champ additif et le champ multiplicatif sont les deux champs conceptuels utilisés à l'école. Le champ additif fait référence aux additions et aux soustractions et le champ multiplicatif inclue les multiplications mais également les divisions. Nous allons nous intéresser au premier champ. La difficulté de résolution de ces problèmes n'est pas due à l'opération qu'elle concerne. De multiples expériences ont montré que dans certains cas, des problèmes nécessitant une soustraction pouvaient être mieux réussis que d'autres demandant une addition. Le classement des problèmes additifs ne se fait pas uniquement en fonction de l'opération requise, il se fait aussi en lien avec ce que l'élève doit chercher. Plusieurs classifications de problèmes ont été élaborées mais la plus utilisée est celle de Vergnaud (1987). Dans cette classification, il existe six grandes classes de problèmes mais nous allons en retenir uniquement quatre.

La première concerne les problèmes où un état initial subit une transformation pour aboutir à un état final. Six types de questions sont alors envisageables. En effet, la recherche peut porter sur l'état final, sur l'état initial ou sur la transformation et la nature de la transformation peut être positive ou négative. De plus, il ne faut pas oublier que pour chaque catégorie, le contexte peut être cardinal ou ordinal.

Ex : Léo a 16 billes. Il en perd 7. Combien lui en reste-t-il ?

C'est un problème de transformation négative. La question porte sur l'état final. Le contexte est cardinal.

Les problèmes dans lesquels deux états sont combinés pour obtenir un troisième état font partie de la deuxième catégorie. Une combinaison peut être une réunion ou une partition d'un état entre deux autres. Ici, deux types de questions peuvent être posés selon ce que l'on cherche. On peut rechercher, soit une partie, soit le composé de deux parties.

Ex : Louis a 12 chats. 7 de ces chats sont noirs. Les autres sont blancs. Combien Louis a-t-il de chats blancs ?

C'est un problème de partition. On cherche une des deux parties.

Dans une autre catégorie, on retrouve les problèmes de comparaison d'états. Il s'agit de retrouver soit la comparaison lorsqu'on dispose des deux états, soit l'un des deux états si l'on possède les informations sur la comparaison et l'autre des états. Notons que la comparaison peut être positive ou négative. Cela nous amène à 6 types de problèmes différents.

Ex : Maxime a 28 cartes. Pierre a 44 cartes. Combien Pierre a-t-il de cartes de plus que Maxime ?

C'est un problème de comparaison positive. On cherche la comparaison.

La dernière catégorie de problèmes que nous allons voir sont des problèmes de composition de transformations. Ici, nous auront différents types de questions qui dépendent de ce qui est cherché (la transformation résultante ou une des deux transformations), du fait qu'elle soit positive ou négative, de même sens ou de sens contraire et de la valeur absolue des deux transformations dans certains cas (si sens contraire).

Ex : Juliette a gagné 14 billes le matin. L'après-midi, elle a perdu 22 billes. Quel est le bilan de la journée ?

C'est un problème de composition de transformation. La première est positive et la seconde est négative. Elles sont donc de sens contraire. Ici, on doit prendre en compte la valeur absolue afin de choisir l'opération correcte.

Selon la relation concernée et les données numériques utilisées, les enfants ont un taux de réussite très différents. Certains écarts sont importants.

4. La représentation mentale

Pour résoudre un problème, la première étape est la compréhension de l'énoncé. Cette compréhension influe directement sur la réflexion qui en découle ainsi que sur le choix des opérations. Pour mieux comprendre comment celle-ci fonctionne face à un énoncé de problème, des chercheurs (Dixon et Moore, 1996) ont proposé à des participants de différents niveaux, des questions permettant de mettre en relief la compréhension sans faire appel à l'utilisation de nombres. Cette étude a permis de démontrer la nécessité de la compréhension ainsi que son insuffisance. Fayol (2008) a utilisé cette étude pour montrer que cette compréhension n'est pas la difficulté majeure à l'école élémentaire. Par ailleurs, certaines études ont démontré que la réflexion en résolution de problèmes serait basée non pas sur la simple compréhension du problème mais sur l'élaboration d'une représentation mentale de la situation.

La représentation mentale est un procédé cognitif complexe. Résoudre un problème mais aussi plus généralement comprendre un texte ou une consigne, nécessite l'élaboration de représentations. La théorie des modèles mentaux, étudiée en psychologie, nous donne des informations sur la nature et la structure de ces représentations (Johnson-Laird, 1983; Johnson-Laird et Byrne, 1991). D'après C.

Thevenot et P. Perret (2009), "les modèles mentaux sont des représentations internes analogiques de situations réelles ou imaginaires, c'est-à-dire que leur structure est isomorphe à la structure de la situation qu'ils représentent." Cette théorie des modèles mentaux ne prend pas en compte l'existence et l'utilisation de cadres préconstruits stockés en mémoire à long terme comme le supposait la théorie des schémas (Kintsch et Greeno, 1985). Les seules connaissances à long terme à mobiliser dans cette théorie sont relatives à la compréhension de la langue ou à la reconnaissance de signes écrits. Les résultats d'une étude menée sur des enfants de 9-10 ans faibles mais bons calculateurs (Thevenot, Devidal, Barouillet et Fayol,2007), suggèrent que les enfants utilisent une représentation sous forme d'un modèle mental pour résoudre un problème arithmétique verbal. D'autres expériences démontrent que cette représentation mentale du problème est guidée par la structure même du problème. La stratégie de résolution dépend de la représentation mentale. Cette représentation est donc conditionnée par la structure de la situation décrite.

Par rapport à cela, Houdement (1999) interroge le rapport au réel pour aider à la représentation mentale des élèves. Elle explique que les énoncés de problèmes utilisent la réalité pour mettre en conditions les élèves. Cependant, elle remet quelques peu en cause cette utilisation car une problématique de la réalité n’est pas une problématique mathématique. Elle évoque également les analogies à d’autres problèmes déjà rencontrés en citant les trois structures de schémas de Julo (2002) et Vergnaud (1990). Elle avait déjà pu attester que les élèves associant les problèmes et leur résolution à une structure particulière avaient de meilleures réussites lors de la résolution.

5. La représentation mentale et les difficultés des élèves

Il est intéressant de voir les écarts de réussite selon la relation traitée dans l’énoncé et de s’interroger sur leur origine. L’hypothèse principale est la difficulté d’établir une représentation mentale. Nous pouvons donc nous interroger sur l’importance de ces représentations ainsi que sur le lien entre l'élaboration de représentations mentales de la situation et les difficultés des élèves. Pour mettre cela en évidence, nous allons essayer de repérer et d'analyser les représentations mentales utilisées par des enfants de différents niveaux. Nous ne nous intéresserons pas à la structure de la représentation mais à sa présence et à son utilité dans la résolution. L'hypothèse avancée est qu'une mauvaise représentation mentale ou l'absence de celle-ci réduirait le taux de réussite des élèves dans certains types de problèmes.

III. Méthodologie des entretiens

Afin de pouvoir repérer l'utilisation ou non d'une représentation mentale, j'ai choisi de faire passer des entretiens à des élèves sélectionnés puisque le but de cette étude est qualitatif et non quantitatif.

Anadon (2006) définit la recherche qualitative/interprétative comme "une recherche de signification des expériences individuelles par les individus eux-mêmes". C'est vers ce type de recherche que tend cette étude. Effectivement, nous nous intéressons à des procédés cognitifs et ceux-ci sont différents selon les individus. Puisque le but est de comprendre le fonctionnement de ces procédés et non de les quantifier, cette méthode est la plus adaptée.

1. Le matériel

Dans le but de garder une trace permettant une analyse précise, j'ai choisi l'utilisation de la vidéo pendant l'entretien. Cela m’a permis de garder une trace des paroles (des miennes et de celles des enfants), une trace de la façon dont ils ont répondus au problème. En effet, le choix du mode de réponse é été laissé à l'enfant : celui-ci a pu dessiner, parler ou utiliser du matériel pour s'aider. Il y a deux raisons pour lesquelles j'ai décidé de laisser le choix à l'enfant. La première est qu'en imposant une méthode, je risquais d'influencer la méthode de résolution de l'enfant. La seconde est qu'il est difficile pour un enfant de s'exprimer sur des processus mentaux qu'il est en train d'effectuer. De ce fait, j'ai utilisé sa production orale mais également ses gestes et ses expressions faciales afin de pouvoir comprendre ce qu'il voulait exprimer. J’ai également gardé une trace des schémas et/ou opérations réalisés par l'enfant lors de l'entretien afin de les mettre en lien avec ses paroles. Ces traces (écrites, orales et visuelles) seront le support de mon recueil de données.

2. Les élèves

Etant enseignante stagiaire à mi-temps dans une classe de CE2, j'ai décidé de moi-même faire passer ces entretiens à des élèves de ma classe. En premier lieu, s'était dans un but purement pratique. Puis, je me suis rendu compte que cela présentait d'autres avantages. Le premier est que les élèves sont plus à l'aise avec une personne qu'ils connaissent, possédant un lien avec leurs apprentissages leur demandant régulièrement "d'essayer d'expliquer pourquoi" et qui essaye de leur faire comprendre qu'une erreur est une source de progrès. En effet, si les enfants avaient été placés en entretien avec une personne inconnue, ils auraient pu être bloqués ou en tout cas restreints dans leur façon de s'exprimer et/ou auraient pu avoir peur de se tromper. Le second avantage, est que le niveau de ses élèves ne m'est pas inconnu. J'ai donc pu plus facilement sélectionner des élèves de différents niveaux.

Cependant, comme je m'occupe de leur enseigner la résolution de problèmes à raison d'une heure tous les quinze jours, mon enseignement pourrait avoir une influence sur les résultats de cette étude. Mon enseignement n'a cependant pas porté directement sur la représentation mentale des élèves puisqu'aucune procédure n'a été enseignée. Les enfants ont eu comme support des fiches de résolution de problèmes de types variés dont la résolution est individuelle. Ils ont également eu quelques corrections dites "collectives" mais où c'était un autre enfant qui expliquait aux autres la façon dont il avait procédé. A aucun moment je n'ai donné moi-même la correction. La seule obligation dans ces fiches étaient qu'il fallait, soit dessiner, soit écrire l'opération qui avait aidé à la résolution de chaque problème.

Les élèves ont été choisis en fonction de leurs compétences. Je me suis appuyée sur les fiches de problèmes que j'avais donnés en classe pour évaluer leur niveau. J'ai également pris en compte leurs capacités à expliquer leurs démarches et à s'exprimer. En effet, certains élèves présentent des difficultés à s'exprimer que ce soit par peur ou par timidité. Si j'avais choisi ce type d'élève, cela aurait pu être un obstacle à mon étude car il m'aurait été impossible de leur faire exprimer leurs raisonnements. De plus, cela aurait pu accentuer la difficulté à repérer l'utilisation d'une représentation mentale. Par contre, peu de mes élèves utilisent des schémas ou des dessins. J'ai émis l'hypothèse qu'ils ne l'avaient jamais étudié à l'école précédemment. Ce critère n'a donc pas influencé mon choix. De même, le genre de mes élèves n'a pas non plus été pris en compte.

J'ai choisi six élèves. Ces six élèves ont entre 8 et 9 ans. Trois d'entre eux ont été choisis car considérés comme des élèves n'ayant pas de problèmes particuliers pour résoudre des problèmes mathématiques. Les trois autres par contre semblaient avoir quelques difficultés car leur taux de réussite était peu élevé. Je nommerai ces élèves par des numéros par soucis d'anonymat. Les élèves 1, 2 et 3 seront ceux du premier groupe cité et les élèves 4, 5 et 6 seront ceux présentant des difficultés.

3. Les problèmes choisis

Le choix des problèmes à présenter aux enfants est également important. Le niveau de ces problèmes doit être adapté à l'âge des enfants. De plus, afin de pouvoir plus facilement repérer les représentations mentales des enfants, il m'a paru judicieux d'utiliser des problèmes dont la question était placée en fin d'énoncé. Deux raisons pour justifier ce choix: la première est que les enfants n'ont pas l'habitude de voir des questions en début d'énoncé. Cela aurait pu perturber certains élèves. La seconde est que cela aurait pu également influencer les résultats des élèves comme le montre l'étude de Thevenot, Devidal, Barouillet et Fayol (2007). Les problèmes choisis ne font partie d'aucunes des catégories de problèmes présentées à l'école puisque l'objectif n'est pas pédagogique. Le but de ses problèmes et de mettre en évidence la présence de représentations mentales tout en confrontant les élèves à des problèmes de plus en plus complexes et de différentes natures.

Mon choix s'est porté sur l'utilisation de trois problèmes déjà utilisés lors d'une étude effectuée au Canada, sur des enfants ayant un âge similaire aux enfants d'une classe de CE2. Trois types de structures différentes ont été choisis:

<u>Un problème de type combinaison :</u>
Jean a 34 billes. Marie a 71 billes. Combien ont-ils de billes en tout?

<u>Un problème de type comparaison :</u>
Jean a 37 billes. Il a 15 billes de plus que Marie. Combien Marie a-t-elle de billes?

<u>Un problème de type combinaison de transformations :</u>

Louise joue deux parties de billes. Elle joue une partie. A la seconde, elle perd 13 billes. Après les deux parties, elle a gagné 28 billes. Que s'est-il passé à la fin de la première partie?

Ce sont des problèmes arithmétiques verbaux qui appartiennent au champ additif. Ces problèmes utilisent des mots et des formulations courantes afin d'éviter un problème de compréhension. Les données numériques utilisées sont inférieures à 100 pour que les enfants ne soient pas bloqués par les calculs et pour qu'ils se concentrent plus sur la résolution du problème. Ces problèmes sont à la portée d'enfants en CE2.

Ces problèmes ont une difficulté croissante. Cependant, le dernier problème, relevant d'une combinaison de transformations, est beaucoup plus complexe que les deux précédents. J'ai donc ajouté un problème de type changement d'états entre le deuxième et le troisième problème proposés. Un questionnement sur l'état final possède un grand taux de réussite qu'il s'agisse d'une transformation positive ou négative. Or, le niveau de ce problème doit être plus complexe que les deux premiers, c'est pour cela que j'ai choisi un problème dont le questionnement porte sur l'état initial:

<u>Un problème de type changement d'états :</u>

Jean joue une partie de billes. Il perd 17 billes. Il compte les billes qu'il lui reste et trouve 34 billes. Combien avait-il de billes avant la partie?

Ces quatre problèmes ont été chacun écrit en haut d'une page blanche au format A4 afin que les élèves aient assez de place pour dessiner et/ou calculer en posant ou non l'opération.

4. Les limites de la méthodologie

Une liste de questions a été préparée avant les entretiens : des questions comme « Pourquoi as-tu choisi cette opération ? » ou lors de la relecture à la fin du problème « Est-ce que ta phrase réponse te parait correcte ? As-tu terminé ? » Mais comme il s'agit d'un entretien semi-directif, certaines questions n'étaient pas prévues. La plupart du temps, j'ai su réagir aux différentes réponses des élèves. Le but de mes questions était d'amener l'élève à se justifier. Lors du visionnage des entretiens, j'ai remarqué que parfois, j'aurais pu poser des questions qui auraient été pertinentes. Mais c'est là qu'est toute la difficulté de ce types d'entretien, il faut essayer de se décentrer pour garder un point de vue d'observateur tout en étant acteur. Plusieurs autres limites ne me permettent pas d'affirmer avec certitude mes données. Le temps, par exemple, a été un facteur à prendre en compte. Les entretiens ont duré 15 à 20 minutes en moyenne. Or, ils demandaient aux élèves beaucoup de concentration et un effort intellectuel important. Donc parfois, voyant l'attention de l'élève chuter, j'ai raccourci le temps restant de l'entretien et mis de côté certaines questions. Comme nous le verrons plus tard, les critères que j'ai choisis pour sélectionner les élèves n'étaient pas de nature précise. En effet, j'ai pu constater que les élèves ne résolvent pas les problèmes de la même manière en classe entière et en entretien. Le support de sélection (les problèmes donnés en classe entière) n'attestent pas des réelles capacités des élèves car beaucoup de facteurs entrent en jeu : fatigabilité, concentration, aide du voisin, distractions diverses, humeur, motivation etc…Une autre limite concerne la pratique des entretiens et l'analyse les données. N'étant enseignante qu'à mi-temps et que depuis quelques mois, malgré quelques lectures, je manque de méthodes et de connaissances des procédés cognitifs des enfants. De ce fait, certaines réponses n'étaient pas attendues et peut-être que certaines explications n'étaient pas amenées de la façon la plus judicieuse qui soit. La dernière limite est qu'il est difficile d'établir avec précision un profil des élèves avec seulement quatre problèmes. De plus, il y a tellement de natures de problèmes différents d'après la classification de Vergnaud que quatre relations différentes vues avec seulement six enfants ne permettent pas de valider des hypothèses avec certitude.

IV. Déroulement des entretiens

Afin de répondre au mieux aux questions de cette recherche, il m'a semblé préférable de présenter les données en fonction des problèmes donnés et non en fonction des élèves ou en fonction de leur mode d'expression (dessins, paroles, gestes). En effet, la difficulté du problème a une grande influence sur les procédés cognitifs réalisés par les enfants. Cette organisation permettra également de confronter les différentes stratégies de résolution et de mettre en relief les diverses capacités et difficultés des élèves.

1. Problème 1 : combinaison

Dans ce problème de combinaison, on demande aux enfants le résultat final. En effet, on donne le nombre de billes de deux personnes fictives et on leur demande combien elles en ont en tout. Afin de résoudre ce problème, il faut effectuer une addition.

Ce type de problème a une structure très simple et les enfants sont confrontés à ce genre de problèmes très tôt dans leur scolarité. Avec de petites quantités, des enfants de maternelle savent déjà les résoudre. Puis, au CP, des problèmes de ce type sont mis en lien avec l'apprentissage de l'addition.

La première réaction de tous les élèves interrogés a été l'addition des deux quantités de billes. Pour la moitié d'entre eux, leur première phrase était même « Je fais 4+1. » Ce qui montre qu'ils étaient de suite dans le calcul. Leur réflexion a été très brève et tous n'avaient aucun doute sur le choix de l'opération. J'ai obtenu une trace écrite à chaque entretien. Tous, sans exception, ont écrit leur opération, que ce soit en ligne ou en colonne afin d'effectuer le calcul. Cette différence atteste uniquement de leurs différents procédés et capacités de calcul. Les enfants ont tous obtenus le résultat correct de 105 billes.

Mais la résolution d'un problème n'est pas suffisante pour attester d'une représentation mentale. J'ai donc demandé aux enfants s'ils étaient capables d'élaborer un dessin. Seulement deux élèves sur les six en ont réalisé un.

Une des élèves (élève 3), m'a d'abord énoncé ce qu'elle voulait dessiner. Puis, suite à une question (« Tu veux faire le dessin ou tu n'en a pas besoin ? »), elle a exprimé le souhait de le dessiner réellement avant même d'écrire son opération. Elle a donc formé un cercle et a inscrit 34 dedans afin de représenter les 34 billes de Jean. Puis à côté, elle a dessiné un second cercle avec le nombre 71 équivalent au nombre de billes de Marie. C'est seulement à ce moment qu'elle a écrit l'opération.

La seconde élève qui a réalisé un dessin fait partie du second groupe. L'élève 5 avait déjà calculé le résultat. Et lorsque je lui ai demandé pourquoi elle avait choisi une addition, elle m'a répondu : « Parce que Jean en a 34 et Marie en a 71 et qu'on demande combien ils ont en tout. ». Afin d'avoir plus de renseignements sur sa représentation mentale, je lui ai demandé de dessiner le problème si possible. L'élève a accepté et a commencé par dessiner Marie et des billes autour. Ces billes n'ont aucune organisation particulière. Etant donné la grande quantité de billes de Marie (71), j'ai demandé à l'élève d'arrêter de dessiner les billes et de faire comme si il y en avait 71. Elle a donc dessiné Jean de l'autre côté d'une façon plus simple et de la même façon, elle a ajouté 34 billes autour de lui.

Les quatre autres élèves ont refusé de faire un dessin. L'un d'eux, l'élève 1 m'a tout de même décrit ce qu'il dessinerait après réflexion. Je cite : « Je mets des billes : j'en dessine 34 d'un côté et 71 de l'autre. ». Mais il n'a pas fait le dessin. Les autres, ne se sont pas sentis capable d'en faire un.

Précédemment, j'ai évoqué le fait d'avoir demandé « Pourquoi tu as choisi une addition ? ». J'ai posé cette question afin d'avoir des explications sur leur façon de raisonner. Les réponses ont été diverses. L'élève 1, l'élève 2 et l'élève 5 ont reformulé le problème et insisté sur le fait que l'on demande « en tout ». Donc cela signifie, qu'ils associent l'expression « en tout » à une addition. L'élève 4 m'a répondu « parce que c'est plus simple et parce qu'on demande en tout et que c'est pas un échange. » Cela signifie que lui aussi associe le « en tout » à une addition et par extension que pour lui, si c'est un échange c'est une soustraction. L'élève 6 a eu une réaction similaire : elle m'a répondu « Parce que c'est plus facile. » Mais ici, elle n'a donné aucune autre raison. Lorsque je l'ai relancé, elle m'a indiqué qu'il fallait faire une addition parce que « c'est 34 et 71 et que c'est pas une soustraction ». Elle résonne donc par « élimination». L'élève 3 a le même raisonnement.

La justification d'un choix d'opération n'est pas évident mais il permet de mettre en relief les différentes méthodes utilisées et donne des indices sur l'emploi d'une représentation ou non. Je me suis appuyée sur différentes observations pour établir si oui ou non, les élèves avaient établi une représentation mentale pour ce problème. L'élève 1 l'a exprimée lorsqu'il a décrit le dessin qu'il aurait fait. L'élève 2 m'a expliqué à la fin de l'entretien qu'elle avait imaginé 34 billes d'un côté et 71 de l'autre. L'élève 3 l'a dessinée. L'élève 4, m'a expliqué à la fin qu'il avait imaginé qu'il jouait une partie de billes avec quelqu'un et qu'il comptait tout à la fin. L'élève 5 l'a dessinée également. Par contre, l'élève 6, qui a pourtant réussi le problème ne m'a donné aucune explication laissant à penser qu'elle a « imaginé le problème ». Elle n'a justifié son choix que par « parce que c'est plus facile » et « parce qu'on ne peut pas faire une soustraction ». Je ne peux donc pas affirmer qu'elle a construit une représentation du problème.

2. Problème 2 : comparaison

Dans ce problème de comparaison d'états, on donne aux élèves un des états (Jean a 37 billes) et la différence entre les deux (Il a 15 billes de plus que Marie). On demande aux enfants de trouver le nombre de billes de Marie, c'est-à-dire de trouver le deuxième état.

Dans la formulation du problème, j'ai choisi d'utiliser l'expression « de plus ». J'aurais pu écrire « Marie a 15 billes de moins que Jean. » mais cela induisait une soustraction. La soustraction est l'une des opérations possiblement utilisable pour résoudre le problème. En mettant de plus, je savais que cela induirait en erreur certains élèves. Mais cela m'indiquerait aussi, s'il avait une représentation mentale du problème dès le départ et éventuellement si l'élève été capable d'une critique de son résultat.

Sans grande surprise, la première réaction de la plupart des participants a été une addition. Mais plusieurs cas ce sont présentés.

L'élève 1 s'est vite concentré sur son calcul et ce n'est qu'en relisant le problème, qu'il a réalisé son erreur. Il m'a dit : « Jean a plus de billes que Marie donc j'aurais dû faire une soustraction. » Je pense que cette phrase indique qu'il a été capable d'une critique de son résultat et cela implique qu'il s'est représenté le problème : il avait évalué le résultat à obtenir, à savoir, un nombre inférieur au nombre de billes que Jean possède.

L'élève 2 s'est trompée de la même façon. C'est aussi lors de la relecture qu'elle a vu son erreur. Mais à la différence de l'élève 1, elle a dit « En fait, c'est Jean qui a 15 billes de plus que Marie. Donc c'est Jean qui a 52 billes » (52 étant le résultat de l'addition). Mais un autre problème revient car Jean a 37 billes. Face à ce blocage, je lui ai répété ce qu'elle avait dit : « J'ai fait l'inverse. » afin de la mener vers une soustraction.

L'élève 3 a également choisi l'addition de suite après la lecture et a rencontré le même problème que l'élève 2. J'ai dû reformuler le problème et questionner l'élève afin de la guider vers la solution. Il est peu probable qu'elle aurait trouvé la bonne méthode sans être guidée. Le nombre 52 était encore plus ancré dans son esprit. Elle a d'ailleurs mis plus de temps que la précédente pour résoudre le problème (5 minutes contre 4 minutes). De nombreuses répétitions de ses propres mots ont dû être faites.

Les élèves 4 et 6 ont choisi de faire une soustraction presque immédiatement. Mais ils ont des justifications différentes. L'élève 4 a comparé ce problème avec le précédent. Il a dit, je cite « C'est pas la même phrase, et y'a pas « en tout » donc c'est forcément une soustraction. Cela indique qu'il sait que différents types de problèmes existent et qu'ils ne se résolvent pas de la même façon. Il a ajouté à la fin de l'entretien une autre justification qui montre qu'il a élaboré une représentation mentale : il se souvenait avoir imaginé le problème et que dans cette imagination « lui (sous-entendu Jean) en avait plus et elle (sous-entendu Marie) en avait moins. L'élève 6 a procédé par élimination. En effet, elle m'a expliqué que Jean a plus de billes que Marie et que si elle effectuait une addition c'est Marie qui aurait le plus de billes. Sachant que cette élève a des difficultés avec la multiplication et sa signification (suite aux problèmes réalisés en classe), je lui ai demandé pourquoi est-ce qu'elle n'a pas choisi une multiplication.

L'élève a réfléchi puis m'a dit qu'elle ne savait pas. A la fin de l'entretien, l'élève m'a dit qu'elle n'avait pas imaginé ce problème, je suis donc dans l'incapacité d'établir s'il y a eu construction d'une représentation mentale.

L'élève 5 est un cas un peu particulier. En effet, au départ, malgré mes indications, elle a confondu le deuxième problème avec le premier. Après avoir compris son erreur, sa réponse a été : « On ne sait pas combien elle a de billes parce que c'est pas marqué. » Je lui ai expliqué qu'il était possible de trouver la réponse avec l'énoncé mais cela indique deux choses : l'élève sait ce qu'elle doit chercher car elle a compris la question mais elle n'a pas forcément compris le principe d'un problème. En effet, au premier problème, il n'y a eu aucun souci mais ici, elle pensait trouver la réponse d'une façon explicite, sans calcul. Comme preuve, une autre de ses réponses : « Marie a 15 billes. ». Mais juste avant cette réponse, lorsqu'elle a reformulé le problème à ma demande, elle a dit que Jean avait 37 billes et encore 15 en plus. Cela montre, qu'elle n'a pas compris le problème. J'ai donc dû la mener à une compréhension correcte en lui posant des questions afin qu'elle exprime les relations qui existent entre le nombre de billes de Jean et le nombre de billes de Marie. J'ai également dû lui indiquer qu'il fallait qu'elle fasse une opération. Elle a réussi à dire que Marie avait 15 billes de moins que Jean (avec mon aide). Mais l'opération qu'elle propose est « 15+15 et on en enlève 15. » Elle ne met pas en lien les deux données numériques du problème. Elle propose une autre réponse qui est : « Marie a 12 billes. ». Sa justification a été que 15+15 =12. J'ai corrigé cette erreur de calcul mais cela indique qu'elle n'a pas forcément assimilé le sens d'une addition. En effet, une addition avec des nombres entiers positifs ne peut donner un résultat inférieur au premier terme. Suite à cela, j'ai continué de guider l'enfant afin qu'elle répète la phrase « Marie a 15 billes de moins que Jean » mais je n'y suis pas arrivé. Ce qui montre qu'elle n'avait pas compris la phrase qu'elle avait formulée précédemment : elle n'avait pas mis de sens ni de représentation mentale derrière cette phrase. Elle est seulement consciente que Marie en a moins que Jean. Le résultat de 15+15 étant inférieur à 37, cette réponse lui convenait. Elle a tout de même tenu à faire une soustraction afin de savoir combien Marie avait de billes en moins par rapport à Jean. Son opération de 30-37 a été corrigée en 37-30. Lors de son calcul, elle dit 0-7=7 et 3-3=3. Cela montre une non-connaissance des quantités. La phrase réponse finale a été « Marie a 30 billes. ». Cette enfant, qui avait dessiné lors du premier problème s'est dit incapable de faire un dessin de celui-ci. Il semblerait qu'elle n'a eu aucune représentation mentale et cela est dû à plusieurs facteurs que j'énoncerai plus tard.

Ce problème a mis en évidence plusieurs types de difficultés et m'a permis d'établir d'une façon plus sûre que précédemment si les élèves avaient élaboré une représentation mentale du problème ou non. L'élève 5 n'en a probablement pas été capable. Je ne peux répondre pour l'élève 6. En revanche, les quatre autres élèves se sont représenté le problème afin d'établir que Jean avait le plus de billes. De même, grâce à cela, ceux qui ont choisi la mauvaise opération au départ, ont été capables de revenir sur leur résultat et de modifier leur représentation erronée.

3. Problème 3 : transformation

La réponse attendue dans ce problème est l'état initial après une transformation négative puisqu'on demande combien Jean avait de billes avant une partie durant laquelle il en a perdu 17. La seconde information donnée est l'état final : il lui en reste 34 après la partie. C'est le premier problème où il y a une chronologie au niveau des états puisqu'il s'agit d'une transformation. Je vais d'abord vous présenter les élèves ayant réussi ce problème puis les deux autres.

Une seule élève a trouvé tout de suite une solution de résolution et un résultat corrects. L'élève 2 a immédiatement écrit et calculé l'addition de 34 et 17. Afin de se justifier, elle a repris la question et a ajouté « Il jouait avec plus de billes que 34. ». Cette justification témoigne d'une représentation mentale évidente. En effet, elle a réussi à imaginer, à comprendre qu'au départ, il avait plus de billes. Cette élève a sûrement dû reconnaitre une structure de problème qu'elle connaissait déjà. Elle fait même un geste vers l'avant afin de montrer le « plus que 34 ».

Un autre élève (élève 4) a vite trouvé la même solution de résolution. Il a cependant proposé en premier une multiplication. Il s'est de suite ravisé en changeant sa réponse en soustraction puis seulement après en addition. Mais il était sûr de lui à l'annonce de cette dernière et a effectué ses critiques seul et très rapidement. Son calcul a était effectué correctement. Sa justification est assez mal exprimée car c'est un enfant qui a des difficultés avec la syntaxe. Je suis donc dans l'obligation de reformuler ses propos. Il m'a dit que comme on demande le nombre de billes avant la partie, il ne peut pas en avoir moins que 34, qu'il en avait plus avant la partie. A la fin de l'entretien il m'a affirmé avoir un peu imaginé ce qu'il avait avant la partie. Son raisonnement et son affirmation témoigne également d'une représentation mentale. Sa phrase réponse a été réfléchie et énoncée correctement. Sa représentation était donc claire, s'était seulement un problème de formulation.

Deux élèves se sont appuyés sur un dessin afin de résoudre le problème. L'élève 1 a voulu spontanément dessiner « 34 billes d'un côté et 17 billes de l'autre. » Il a effectivement dessiné ces deux ensembles mais l'un en dessous de l'autre. Il a fait des groupements par dix. Il a longtemps fixé son dessin et a fini par calculer de tête une addition de ces deux nombres. Il a expliqué qu'une addition était nécessaire car « On doit additionner les 17 billes qu'il a perdu (aux 34 billes qui lui restaient) ». Ce problème lui a demandé plus de réflexion que les précédents problèmes. Cela se remarque sur la vidéo car il y a beaucoup de moments de silence durant lesquels il regarde en l'air et touche son menton. J'ai émis l'hypothèse qu'il a eu besoin de matérialiser les quantités de billes afin de se concentrer sur leur relation. Il n'a en effet émis aucunes hypothèses de résolution avant d'avoir terminé son dessin. Il a ensuite écrit son opération en ligne et le résultat qu'il avait trouvé mentalement. C'est dons bien le choix de l'opération qui était incertain et non le calcul. L'élève 3, par contre, n'a pas dessiné les billes. En effet, j'avais déjà établi qu'elle était capable de schématiser. Sa première réaction après avoir relu le problème une seconde fois, a été de me proposer une addition à trou pour trouver 34. Mais elle n'était pas du tout sûre de sa réponse, c'est à ce moment qu'elle a dessiné un cercle, a écrit 17 dedans et a barré le 17 pour représenter la perte de ces billes. Elle a ensuite voulu transcrire le problème de façon mathématique : « Quelque chose moins 17 égale 34. ». Elle a exposé une soustraction à trou et non une addition à trou, son dessin a changé le choix de son opération. Mais à ce moment, au lieu d'écrire une soustraction à trou elle a continué de réfléchir. Je pense que c'est parce qu'elle se savait incapable de trouver la solution de ce calcul. Elle a ensuite reformulé le problème à haute voix avec des gestes : « Si maintenant il en a perdu 34 (avec geste du crayon qu'elle tient dans la main vers elle), il en a perdu 17 (geste du crayon vers moi), donc on fait 34+17. » Ses gestes témoignent de la compréhension de la chronologie du problème. C'est finalement sa reformulation et ses gestes qui l'ont menée à l'opération attendue et non son dessin. Mais je pense que celui-ci l'a aidé à matérialiser la perte de billes. Elle m'a expliqué qu'elle avait choisi une addition parce qu'avant il avait les 17 billes. Son processus de recherche indique qu'elle s'est représentée mentalement la situation même si elle m'a dit, à la fin de l'entretien qu'elle ne pensait pas avoir réussi à imaginer le problème. Elle a aussi exprimé la difficulté de ce problème.

Les élèves 5 et 6 n'ont pas réussi à résoudre ce problème mais elles étaient pourtant sûres de leur résultat. Les deux ont effectué une multiplication des données numériques. Il est nécessaire de décrire leur raisonnement afin de trouver a raison de cette erreur.

L'élève 5 avait compris que Jean n'avait que 17 billes. Je lui ai donc relu le problème afin qu'elle ne se concentre que sur la compréhension et non plus sur la lecture. Comme à la fin du problème, elle a su reformuler seule les différents évènements avec leur chronologie, cela signifie qu'elle a compris le problème. Cependant, sa première et seule proposition a été une multiplication. Elle a posé son opération et l'a effectuée avec mon aide (elle n'a pas encore acquis cette compétence), Le résultat est 578. Le fait que ce nombre soit très grand n'a pas eu l'air d'interpeler l'élève. En effet, sa phrase réponse a été « Jean avait 578 billes avant la partie. » Même après la relecture du problème et sa reformulation avec ce résultat, elle n'a pas eu de critique sur son résultat. Cela indique une fois de plus qu'elle ne se représente pas les quantités. Cependant la chronologie était comprise, je ne peux pas dire qu'il n'y ait pas de représentation. Mais celle-ci est erronée. Afin de modifier sa conception des quantités, je lui ai proposé de dessiner le problème. Elle a fait un paquet de 17 billes à côté de Jean, entouré de 34 billes. Et même avec le dessin, elle n'a pas critiqué son résultat (elle n'a pourtant dessiné que les billes existantes, pas plus.). J'ai préféré arrêter l'entretien à ce moment.

L'élève 6 a eu comme première réaction de proposer une addition. Cependant, connaissant l'élève, j'ai tout de suite demandé pourquoi car l'addition est également une solution de facilité pour les élèves qui ne savent pas quelle opération choisir. La réponse de l'élève démontre que ce sont ces difficultés avec les multiplications qui l'ont poussée à choisir une addition. Sa réponse étant : « Parce que c'est beaucoup plus facile qu'une multiplication parce que moi, les multiplications, j'y arrive pas trop.», je lui ai expliqué que les buts ce n'est pas que cela soit facile mais que le résultat soit correcte. Je lui ai ensuite demandé si la réponse était une multiplication. Elle m'a répondu : « Non, c'est pas obligé ». Cela nous indique d'autres choses. Elle a conscience qu'il n'y a pas une seule solution pour résoudre un problème mais elle a du mal a du mal à comprendre la différence de signification entre l'addition et la multiplication. Je me suis permise de lui expliquer que ce qui compte c'est de trouver une opération qui permet de trouver la solution et que si elle pense que c'est une multiplication mais qu'elle ne sait pas la faire, je l'aiderai. Je lui ai reposé la question : « Est-ce qu'il faut faire une addition, une soustraction ou une multiplication ou autre chose ? » Elle a choisi la multiplication avec assurance et l'a effectuée avec mon soutien. Puis elle a fait sa phrase réponse avec difficulté. Ce qui me fait me demander si elle a vraiment compris ce qu'elle cherchait. En effet, elle savait que ça correspondait au nombre de billes de Jean mais elle a eu des difficultés avec « avant la partie ». Je pense que la chronologie n'était pas forcément comprise. Je lui ai reformulé le problème en y incluant sa réponse pour voir si elle repérait son erreur mais ce ne fut pas le cas. Je pense que cette élève a elle aussi des difficultés pour se représenter les quantités. Elle n'a pas su expliqué son choix d'opération, ni dessiner et elle dit ne pas l'avoir imaginé. Pour la troisième fois je ne peux donc pas m'exprimer sur la présence d'une représentation mentale.

La difficulté des problèmes étant croissante, les élèves devraient mettre de en plus de temps à résoudre les problèmes. Or, ce n'est pas le cas, tous les élèves qui ont réussi à résoudre ce problème ont mis moins de temps. Je pense que c'est une structure de problème qu'ils ont déjà rencontré plusieurs fois. Si les élèves 5 et 6 n'ont pas réussi à le résoudre, c'est en partie à cause de leur problème à se représenter les quantités.

4. Problème 4 : combinaison de transformation

Ce problème est très complexe. En effet, il porte sur des transformations et non plus sur des états. Et ne s'intéresse plus à combien une personne possède de billes à un moment donné mais combien en a-t-elle perdu ou gagné à un moment donné. Le second élément rendant le problème difficile est que l'on demande la transformation initiale. Le problème nous donne deux données : ce qu'il s'est passé à la seconde partie (une perte de 13 billes) et le bilan de ces deux parties (elle a gagné 28 billes au total). L'élément de réponse demande deux informations : Louise a-t-elle gagné ou perdu à la première partie? Et combien de billes ? Il ne s'agit donc plus d'obtenir uniquement une donnée numérique mais également de donner les deux éléments constitutifs d'une transformation. Il est fort probable que ce soit la première fois que les enfants rencontrent ce type de problèmes.

Deux d'entre eux ont réussi à trouver les deux éléments de réponse. Une autre élève a été capable de trouver avec assurance un des deux éléments (Elle a gagné à la première partie.). Et les trois autres n'ont pas réussi à comprendre que l'on parlait de billes gagnées et perdues et non de billes possédées.

L'élève 1 est celui qui a résolu le problème le plus vite, pourtant il a mis presque 5 minutes. Il n'y a aucune trace écrite de sa résolution, tout s'est déroulé à l'oral. Sa première réaction fût l'incompréhension. Il pensait qu'il manquait des informations au départ. Je lui ai demandé de m'exposer ce qu'il avait compris. J'ai pu valider sa compréhension et cela lui a permis de mieux comprendre ce qu'on lui demandait. Afin de l'aider car il ne savait pas trop par où commencer je lui ai expliqué les deux éléments attendus dans la réponse : « Tu dois trouver deux choses pour pouvoir répondre. Tu dois trouver si elle a gagné ou si elle a perdu ? Et combien de billes ? ». A partir de là, après un temps de réflexion il affirme avec assurance « Qu'elle aurait gagné plus de billes à la première partie puis perdu 13 après. » Cette réponse indique que le fait qu'elle ait gagné est évident pour lui. Il n'en a jamais douté pendant l'entretien. Son problème était donc de trouver le nombre de billes. Il avait déjà établi que ce nombre était supérieur à 13. Sans une représentation mentale, cette constatation me parait quasi-impossible. Puis, il a ajouté « Si on reprend les 13 billes et qu'on les additionne…. ». Il a alors effectué son calcul de tête afin de vérifier son hypothèse. Il a obtenu le résultat correct de 41 billes gagnées. Il n'a pas de suite été convaincu par cette réponse mais après une relecture suggérée, son assurance a augmenté sans pour autant être totale. Son raisonnement indique une grande capacité à mettre en relation des données. Je pense que son manque d'assurance face à sa réponse est dû à plusieurs facteurs. En effet, comme je l'ai précisé précédemment, les élèves n'ont jamais étaient confrontés à ce genre de problèmes, l'élève manque donc de références auxquelles se rapporter. De plus, la méthode de résolution qu'il a utilisée est une addition. Or, le problème est complexe. Il y a un écart entre la difficulté de la compréhension et la facilité de l'opération, ce qui peut parfois déconcerter. J'émets également avec précaution, l'hypothèse que l'enfant a trouvé plutôt rapidement la solution de l'addition parce qu'il a reconnu le schéma du problème précédent car l'enfant a utilisé presque la même structure de phrase pour se justifier que précédemment, à savoir qu'on additionne ce qui est perdu pour savoir ce qu'il y avait avant.

L'élève 3 est la seconde élève à avoir réussi à résoudre entièrement le problème. Sa première idée a été de faire l'addition des deux données. C'était la bonne réponse mais elle a vite laissé tomber cette solution car elle m'a expliqué que cela donnerait, d'après elle : « ce qu'elle a perdu en tout. ». Elle a ajouté que ce n'était pas ce qui était demandé. Elle savait donc ce qu'elle cherchait. Comme pour l'élève précédent j'ai explicité les deux éléments de la réponse à trouver. Elle a vite affirmé que Louise avait gagné des billes car à la seconde partie elle en a perdu mais qu'en tout elle en a gagné. Cela montre qu'elle a su mettre en lien les différentes données et qu'elle a compris que si elle perdait des billes aux deux parties, elle ne pouvait pas en avoir gagné au final. Mais cette déduction n'est pas extrêmement claire pour elle. En effet, elle a émis l'hypothèse que Louise avait gagné 1 ou 2 billes. Je l'ai laissé s'exprimer sur ce qui la tracassait. Elle m'a dit plusieurs fois « en imaginant qu'elle joue contre plusieurs personnes » et « elle a joué une seule partie ». Il faut comprendre cela comme « elle a gagné des billes que dans une seule partie ». Quand je l'ai questionné là-dessus elle m'a expliqué qu'elle pensait qu'elle avait gagné qu'une seule bille parce qu'une partie « normalement c'est un contre un ». L'élève a réellement essayé d'imaginer ce problème mais elle reste bloquée car dans cette réalité, selon elle, une partie représente une manche et comme c'est du un contre un, elle ne pouvait pas en gagner plus. Afin de la sortir de cette confusion entre « partie » et « manque », je lui ai résumé ce qu'elle affirmait avec ce résultat. Elle a tout de suite vu son erreur et s'est corrigée en émettant la possibilité que Louise aurait peut-être gagné plus de 13 billes. Puis elle a oscillé entre 28 et 15-16. Comme elle n'arrivait pas à mettre une quantité derrière ce gain, je lui ai proposé de faire un dessin. Comme pour les autres problèmes, elle a schématisé les ensembles de billes : Un ensemble de 13 billes barré (car perdu) et un ensemble de 28 billes. Pour dessiner, elle s'est appuyée sur une reformulation du problème. Cela lui a permis d'établir que pour résoudre le problème il fallait correctement mettre en lien ces deux données. Elle a proposé une soustraction (13-28), a éliminé cette possibilité et s'est redirigée vers une addition (13+28). Après avoir effectué cette opération, elle a donné comme phrase réponse : « Elle avait 41 billes à la première partie. » et a ajouté « Elle a gagné à la première partie. ». Cela nous montre qu'elle n'a pas totalement compris que les deux éléments allaient ensemble. J'ai dû lui expliquer à nouveau en m'appuyant sur la question du problème. Ce n'est qu'après cela, qu'elle a donné la phrase réponse correcte. J'ai pu vérifier sa réelle compréhension du problème et celle de sa réponse lorsqu'elle a relu et reformulé le problème. Elle était sûre d'elle mais n'a pas su m'expliquer son raisonnement à ce moment-là. Ce n'est qu'à la fin de l'entretien qu'elle a expliqué sa difficulté à imaginer le problème et que la solution lui était « venue d'un coup ». Je pense donc qu'elle a essayé différentes stratégies et s'est ensuite demandé ce que cela signifiait réellement. Elle a su dépasser sa première représentation et la modifier. Elle n'était plus l'élément principal de sa réflexion. Elle est devenue un support de vérification.

L'élève 2, après lecture du problème, a très vite dit que Louise avait gagné la première partie. Mais elle n'a pas pu expliquer pourquoi et elle a fait un signe de la tête pour dire qu'elle n'était pas sûre de son affirmation. S'en est suivi un long moment durant lequel elle s'est tue, malgré toutes mes questions ou suggestions de relance. Je lui ai donné les informations sur les deux éléments de réponses. Face à un nouveau silence, j'ai reformulé le problème. Elle a ensuite réitéré sa précédente affirmation. Elle était sûre d'elle cette fois mais elle n'a pas été capable de donner d'explication. J'ai plusieurs fois reformulé le problème avec des gestes montrant des ensembles. J'ai également représenté la chronologie des évènements grâce à des gestes dans l'espace. J'ai fait en sorte que l'enfant puisse voir la chronologie en faisant les gestes volontairement de droite à gauche pour qu'elle les perçoive de son point de vue de gauche à droite (sens de la lecture). Mais cela a été vain car elle n'a pas su aller plus loin. D'après les signes de têtes lors des explications, je pense que l'élève a compris le problème. Elle a également dû faire preuve d'une certaine logique, puisqu'elle est certaine du gain lors de la première partie. Mais je ne peux affirmer qu'elle ait réussi à se construire une représentation du problème car finalement, elle s'est très peu exprimée.

L'élève 4, avait jusque-là résolu les trois problèmes sans grande difficulté. Après une première lecture de ce quatrième problème il a tout de suite reconnu que celui-ci était plus difficile. Pourtant, après une relecture, il a proposé une soustraction. Cependant, lors de sa justification, il a montré une mauvaise compréhension du problème. D'après lui : « Louise a perdu 13 billes et il lui reste 28 billes à la fin. ». J'ai donc reformulé le problème. Il a maintenu que pour résoudre le problème, il fallait effectuer une soustraction. Et il a posé la soustraction 13-28. Je lui ai immédiatement demandé si c'était possible. Il m'a répondu, sans réfléchir, « bah oui ». C'est avec la traditionnelle question « J'ai 13 bonbons, est-ce que je peux en manger 28 ? » que je lui ai fait admettre que cela était impossible. Cependant, la rapidité de ses réponses et leur improbabilité plus qu'évidente, m'assure que l'élève n'a pas pris le temps de réfléchir. De ce fait, l'enfant me propose une multiplication. Je lui ai fait remarquer qu'il suffisait d'inverser les nombres pour pouvoir réaliser la soustraction mais il n'en a pas tenu compte. Il n'a pas non plus pris le temps de la réflexion comme je le lui ai conseillé. Sans attendre donc, il a effectué sa multiplication posée. Comme je suis son enseignante, je sais que c'est un élève qui aime les calculs et comme il a appris il y a peu la multiplication posée, je pense qu'il a choisi une multiplication « pour faire une multiplication ». Son résultat était correct et j'ai voulu attendre la formulation de sa phrase réponse afin de vérifier sa compréhension. Il n'a pas réussi à formuler la phrase réponse. Ceci est peut-être dû à sa difficulté de formulation. L'autre possibilité est qu'il n'ait pas compris ce que représentait ce nombre de billes. Afin de l'aider, je lui ai expliqué les deux éléments de réponse attendus. L'enfant me répond qu'à la première partie, elle a perdu 13 billes. Je pense que le vocabulaire « A la seconde » n'a pas été repéré par l'élève qui a décalé et mélangé les évènements. Afin de recadrer son attention et de le mettre en réflexion, je lui ai imposé de relire calmement le problème. L'enfant s'est concentré sur le premier élément de réponse et a proposé, après quelques secondes cette fois : « Louise a perdu à la première partie. ». Il n'était pas certain de sa réponse. J'ai proposé l'élaboration d'un dessin mais il a décliné. Puis il a redonné la même réponse. Je lui ai demandé de la justifier afin qu'il se rende compte de son erreur mais il n'a pas su le faire. Malgré ma première reformulation, il avait toujours en tête qu'à la première partie, Louise avait perdu 13 billes. J'ai donc essayé à nouveau mais cela sans succès. En voulant reformuler lui-même le problème en y incluant sa réponse cela a donné : « Avant, elle avait 364 billes. Elle en a perdu 13 et à la seconde partie, elle a gagné 28 billes. » Afin d'améliorer sa compréhension, j'ai eu l'idée de l'inclure dans le problème. J'ai essayé de le mettre dans la peau de Louise et je lui ai décrit ce qui s'est produit avec un vocabulaire plus simple et en mettant en évidence ce qu'il fallait chercher. J'ai ensuite voulu vérifier si sa réponse avait changé. Il a continué à affirmer qu'à la première partie, c'était forcément une perte. Je lui ai donc demandé si cela était possible de perdre des billes à la première partie, d'en perdre encore à la deuxième et d'avoir en tout gagné des billes. Il n'a pas repéré l'incohérence logique de son affirmation. Ne réussissant pas à améliorer sa compréhension du problème, j'ai décidé d'en rester là avec cet élève. La dernière information que j'ai pu obtenir est qu'il a exprimé à la fin de l'entretien que c'était le seul problème qu'il n'avait pas réussi à imaginer. Il est fort probable que cet élève n'a pas réussi à comprendre le problème et que cela l'a empêché de construire une représentation mentale. La difficulté a été de comprendre que c'est en rassemblant les deux parties qu'elle en a gagné 28. Il n'a pas compris que cette donnée était une résultante.

Etant donné les difficultés de compréhension de l'élève 6, je lui ai de suite demandé de reformuler le problème après sa lecture. Comme l'élève 4, elle avait compris que Louise jouait deux parties, qu'à la première elle avait perdu 13 billes et qu'à la seconde, elle avait gagné 28 billes. Pour améliorer sa compréhension, j'ai moi-même reformulé le problème en insistant sur la chronologie et en faisant des ensembles et des gestes. Je lui ai également donné les deux éléments de réponses. Malgré cela, sa première réponse a été que Louise a perdu des billes. Elle a ensuite proposé une soustraction (13-28). Après ma remarque sur l'impossibilité de ce calcul, elle a échangé les termes de l'opération et a trouvé 15 billes. Je pense qu'elle est restée sur l'idée d'une soustraction parce qu'il y a une perte. Sans temps de réflexion, elle m'a énoncé sa phrase réponse : « Louise à la fin de la première partie, elle a perdu 15 billes. » Afin de vérifier son sens critique au niveau de la logique, je lui ai fait relire le problème. Je lui ai également demandé de mettre en lien le problème avec la phrase réponse. L'élève 6 n'a pas eu de critique logique sur son résultat. Ne voulant pas l'influencer directement, je lui ai demandé de justifier son choix d'opération. Elle m'a répondu: « parce qu'à la 2ème partie elle a perdu 13 billes mais dans son paquet, elle voit qu'elle a encore 28 billes. » Sa compréhension de la chronologie été donc acquise mais, comme je l'ai dit précédemment, elle n'a pas réussi à comprendre qu'il s'agissait d'une transformation et non d'un état (billes gagnées et non billes possédées). Cette modification de sens n'a pas eu l'air de l'influencer car elle a continué son explication. Je pense que cela nous montre qu'elle associe les deux, qu'elle les voit comme des choses équivalentes. Finalement son explication s'est basée sur une reformulation du problème sans aucun ajout de liens logiques. La proposition d'un dessin a été refusée. Cependant, à la fin de l'entretien, elle m'a dit qu'elle avait essayé d'imaginer le 4ème problème parce qu'il était difficile. Voilà ce qu'elle m'a dit : « A la place de Louise j'ai imaginé une de mes copines qui joue contre une autre de mes copines. Ma première copine a perdu 13 billes à la deuxième partie mais aux deux parties elle a gagné 28 billes. Et ma deuxième amie …Je ne sais pas. » On voit que l'enfant a essayé de se construire une représentation mentale. Le fait d'avoir choisi un point de vue extérieur montre qu'elle n'est pas obligée de s'identifier au personnage du problème pour se le représenter. Cependant, cela nous permet d'établir qu'elle n'a pas réussi à se le représenter d'une façon correcte. Elle voit deux copines différentes qui jouent un rôle alors qu'il n'y en qu'une qui importe. Par contre, elle a désormais compris qu'il s'agissait de billes gagnées. Elle n'a pas évoqué la question posée donc elle n'a pas pris en compte, dans sa représentation, ce qu'elle cherchait à savoir.

L'élève 5 a dû relire une seconde fois le problème avant de pouvoir le reformuler. Mais dans sa reformulation, elle a oublié de parler de la première partie et du fait que le gain de 28 billes était le gain total. Je pense qu'elle l'a compris comme les deux élèves précédents avant mon explication : Louise a fait deux parties, elle a perdu 13 billes puis elle a gagné 28 billes. Je n'ai pas eu le temps de reprendre l'énoncé, elle a très vite proposé « de faire des moins ». Le vocabulaire de calcul n'est pas bien employé. En effet, qu'elle utilise moins au lieu de soustraction, ce n'est rien, c'est courant chez les élèves. Mais « des moins », je trouve cela étrange car elle ne pose qu'une seule soustraction. Comme les précédents élèves, l'élève 5 a choisi 13-28. Après mon explication du problème, l'élève a commencé à formuler le début d'une phrase réponse : « Elle en avait avant de jouer…. ». Je la reprends en insistant sur ce que l'on cherche et en lui rappelant les deux éléments de réponses. Elle me dit que Louise a perdu des billes à la première partie. Je lui demande si cela est possible de perdre deux fois des billes et au final d'en avoir gagné. Elle me répond que non. Cependant, je ne pense pas que cela puisse être considéré comme une critique de résultat ou une compréhension. Je mettais en évidence le fait qu'elle n'avait pas pu en perdre et comme il n'y a qu'une seule autre possibilité, elle m'a répondu l'autre réponse (elle en a gagné). J'ai ensuite guidé l'élève afin qu'elle m'indique bien les trois temps différents du problème avec leur chronologie. Malgré cela, l'élève est restée sur une soustraction et l'a effectuée. Elle a trouvé 15 et m'a donné cette phrase réponse : « Avant la partie, elle en avait 15. » J'ai repris la phrase réponse correcte avec son résultat et je l'ai inclus dans le problème. D'après cette enfant, Louise a gagné 15 billes puis perdu 13 et au final, elle en a gagné 28. Je pourrais dire que l'élève a compris que Louise avait gagné à la première partie mais je ne peux pas en être certaine. Elle ne semble pas s'être construit de représentation et je pense que comme les élèves précédents, elle n'a pas compris que l'on parlait d'une transformation et non d'un état.

Les trois élèves présentant des difficultés n'ont pas réussi à résoudre ce problème. Cependant, je ne pense pas que cela soit un hasard qu'ils aient tous proposé une soustraction. De plus, ils ont tous proposé une soustraction dénuée de sens : 13-28. Après réflexion, je pense que ces trois élèves ont pensé qu'il s'agissait d'une transformation négative dans laquelle on leur demandait un état initial. C'est pour cela que les phrases réponses concernaient des billes possédées et que les 28 billes n'étaient pas considérées comme une résultante des deux parties. Cette erreur de compréhension a peut-être été induite par le problème précédent. Mais cela montre qu'ils ont essayé d'appliquer une structure connue à ce problème qui leur paraissait très difficile. La petite différence entre l'élève 4 par rapport aux élèves 5 et 6 est qu'il n'est pas resté sur une soustraction. Son choix final d'une multiplication me fait penser qu'il a éventuellement compris qu'il s'était trompé de structure. En effet, il avait résolu le problème 3 sans grande difficulté avec une addition. Et ici, l'emploi d'une multiplication, permettait d'obtenir plus de billes. Il savait que le résultat attendu était plus de billes que 28. Mais face à la complexité du problème, il aurait choisi une multiplication au lieu d'une addition. Ceci n'est qu'une hypothèse et n'entre pas en contradiction avec le manque de compréhension constaté précédemment.

Après avoir étudié les vidéos d'entretien et émis des premiers éléments d'analyse, j'ai décidé de reprendre ses informations afin de tenter d'établir les différents profils de ces élèves. On a pu remarquer qu'ils n'ont pas les mêmes stratégies de résolutions, qu'ils rencontrent des difficultés différentes et qu'ils n'élaborent pas les mêmes représentations mentales.

I. Analyse des entretiens

Afin de mettre en relief les difficultés rencontrés par certains élèves et de les mettre en lien avec leurs représentations mentales, je vais établir les profils des élèves.

A la dernière question de l'entretien, l'élève 1 m'a affirmé qu'il avait imaginé le problème à chaque fois. Je pense pouvoir confirmer cela. Il a une attitude très expressive. Je pouvais le « voir » réfléchir et modifier au fur et à mesures ses représentations. C'est un élève qui se pose les bonnes questions et qui a toujours en tête ce qu'il cherche. Il sait mettre en lien les différentes données d'un problème et il est capable d'une critique de ces propres résultats. Cette critique ne serait possible sans imaginer le résultat dans la représentation. La plus grosse difficulté qu'il a rencontrée était pendant le 2ème problème. Il s'était appuyé sur l'expression « de plus » pour son calcul et après avoir trouvé 52 billes, il a eu beaucoup de mal à l'éliminer de sa conception. Il cherchait a donner un sens à son résultat. Mais grâce à des relectures, il a surmonté cette difficulté. Je pense que cet élève a des stratégies de résolution pertinentes : relectures, représentations, questionnement personnel, remises en question des résultats, déductions de conséquences et capacité de reconnaissance de structures. Or, il ne doit pas oublier d'utiliser toutes ses capacités sinon il risque de se méprendre. En effet, dans ce problème, il ne s'était appuyé que sur les mots du problème peuvant induire une opération. Il a dû utiliser sa capacité de remise en question du résultat pour pouvoir aboutir à la bonne réponse. Cela a été très couteux en énergie et en temps de revenir sur quelque chose qu'il avait déjà pris pour acquis dans sa représentation mentale. C. Thevenot et P. Perret (2009) évoque dans leur étude, cette difficulté de revenir sur la construction du premier modèle mental élaboré. Cependant, c'est tout de même un élève qui « imagine » de façon claire et précise, qui est capable de structurer sa pensée et qui sait l'exprimer.

Contrairement à l'élève 1 qui utilise sa représentation afin d'accéder aux relations entre les données. Je pense que l'élève 2 crée sa représentation à partir des relations qu'elle déduit. En effet, elle a toujours justifié ses choix par des réponses logiques. Même lorsqu'elle critique son résultat, elle commence par dire qu'elle a « fait l'inverse ». C'est seulement par la suite, qu'elle a essayé de modifier sa représentation. Ce n'est qu'une hypothèse puisse je n'ai pas assez de données pour en être certaine. C'est lorsqu'elle a essayé de résoudre le problème n°4 que j'ai remarqué qu'elle n'avait pas essayé un seul calcul ni même une proposition. Mais elle a été capable d'affirmer que Louise avait gagné à la première partie. Il est fort probable qu'elle ait déduit cette information en utilisant une simple logique. Le manque de proposition de calcul indiquerait qu'il lui manquait un élément pour construire la représentation et que c'est pour cela qu'elle s'est retrouvée « bloquée ». Malgré mes aides pour développer la construction d'une représentation, elle n'en a pas été capable. Je ne peux me prononcer sur la nature de ce manque mais cela nous indique que chaque individu élabore ces constructions seul. C'est aussi ce genre d'observation qui montre la difficulté d'induire une représentation chez un individu qui ne possède pas de référence analogue. Le rapport au réel est ici assez complexe puisqu'il est peu probable que les enfants se demandent combien de billes ils ont gagné dans une journée. Ou alors, ils ne le calculent pas, ils les comptent en connaissant le nombre de billes initiales. Et donc, lorsque l'enfant n'a jamais été confronté à un tel type de problème, ni même en classe (ce qui est tout à fait normal vu la complexité de ce type de problème étant donné leur âge), il est très difficile de le guider. Pour conclure sur cette élève, je pense que comme pour le premier, ses représentations sont claires et cela l'aide à choisir la bonne méthode de résolution. C'est même l'une des seuls à ne pas s'être trompée sur le choix de l'opération au problème n°3. Par contre, elle a également eu du mal à revenir sur sa première représentation mentale au problème n°2.

L'entretien avec l'élève 3 a été très riche. L'élève réfléchissait à haute voix sans peur de commettre d'erreurs et cela m'a permis de valider très facilement la présence de représentations mentales. Elle est également la seule à avoir dessiné ce qui ressemble à des schémas ensemblistes. Ceci montre que cette élève a, je pense, besoin de visualiser, d'avoir un support écrit de ce qu'elle se représente (peut-être pour alléger la charge de sa mémoire de travail). On peut affirmer qu'elle sait s'appuyer sur des éléments du problème, critiquer son résultat et modifier une représentation mentale établie (problème n°2). Elle est également capable de traduire un problème en données mathématiques (problème n°3). Elle sait aussi que l'on doit évaluer la quantité de ce que l'on cherche (problème n°4). Mais, la difficulté qui ressort le plus de son entretien porte sur sa représentation mentale. En effet, a eu du mal à évaluer cette quantité à cause de son analogie trop forte avec le réel : elle s'est demandé s'il y avait eu plusieurs joueurs, il lui semblait que gagner plus de 15 billes lors d'une partie était une trop grande quantité etc. Cela montre que la représentation mentale est un bon outil de résolution mais qu'elle présente également des pièges lorsqu'elle se rapporte trop au réel. C'est bien à cause de cette erreur que l'élève a eu des difficultés à parvenir à la solution.

Cependant, elle a utilisé une méthode par élimination pour contrer cette difficulté (elle a essayé une soustraction puis une addition). C'est en utilisant une nouvelle représentation qu'elle a pu invalider la soustraction et valider le résultat de son addition. C'est une élève qui a l'air d'avoir besoin de beaucoup d'éléments afin d'obtenir une représentation complète même lorsque celle-ci n'est pas nécessaire.

J'avais beaucoup hésité à choisir l'élève 4. Je le savais capable de grandes réflexions mais il présente des difficultés de concentration. J'ai même émis une hypothèse de dyslexie le concernant, qui attend confirmation. Or, je ne regrette pas ce choix car il a fait preuve d'une grande motivation et d'un grand intérêt face à ces problèmes mathématiques. Malgré un problème de formulation orale et un désordre lors de l'expression de son cheminement logique, j'ai pu trouver certaines de ses méthodes de résolution. L'élève sait créer des représentations mentales puisque dès le problème n°1, il imagine toute une histoire et est capable de dire que cela ne peut être une soustraction sinon le nombre serait trop petit. Il sait qu'il faut quantifier ce que l'on cherche, s'appuyer sur le texte et associer certaines structures de problème à des situations analogues (voir problème n°2 et 3). Par contre, on peut voir aux problèmes n° 3 et 4, qu'il prend en compte la difficulté de l'exercice pour choisir ses opérations. Or, ceci n'est pas un critère pertinent et c'est une des causes de sa difficulté à résoudre le problème n°4. Son manque de concentration est une des autres causes car il ne prend pas le temps de poser les choses qu'il imagine et de les vérifier. Son manque de compréhension est la troisième cause que j'ai pu observer lors du problème n°4. Comme il n'a pas accédé à la compréhension, il n'a pas réussi à construire une représentation correcte du problème. En conclusion, j'ai estimé que cet élève avait des difficultés de résolution de problème mais cela est dû à des problèmes autres que la compréhension. Ces réponses étaient mal rédigées, il faisait beaucoup d'erreurs de calculs, il ne se relisait pas. Ses difficultés ne sont pas liées à ses représentations mentales. Au contraire, le fait qu'il en soit capable, permet à l'élève de compenser ses difficultés. Je pense même que c'est sa principale stratégie de résolution puisqu'il n'a pas su pallier son manque de représentation pour résoudre le problème n°4 (Il aurait pu utiliser les relations logiques pour trouver que Louise avait perdu lors de la première partie.).

Les grandes difficultés de compréhension de l'élève 5 n'ont pas rendu l'observation des représentations mentales simples. Mais sa capacité à réaliser des dessins a été un bon support. Il faut d'abord souligner le fait que l'élève n'a pas totalement acquis, qu'à l'école, dans la plupart des cas, pour résoudre des problèmes on doit mettre en lien différents éléments afin de trouver une opération cohérente comprenant deux données numériques (problème 2). Je pense que cela est dû au manque de connaissances du contrat didactique. Elle ne comprend pas toujours ce que l'on attend d'elle, que cela soit explicite ou implicite. C'est pourtant un élément important dans la résolution de problèmes comme dans les autres domaines. De gros problèmes de calculs montrent également qu'elle ne sait pas se représenter de quantités (problème 2). A cause de cela, il est difficile pour elle d'avoir un retour, une critique ses résultats (problème3). Elle est cependant capable d'utiliser des éléments du lexique provenant du problème pour le résoudre (problème 1). L'étude de ses dessins nous montre que l'enfant est aussi capable, dans des cas simples de se faire une représentation mentale (problèmes 1 et 3). Mais cette représentation est très limitée : elle dessine les personnages et ne peut se servir de ces dessins d'une façon efficace car il n'y a aucun groupement. Elle ne fait pas de liens logiques entre les données. Elle montre aussi des difficultés à modifier sa représentation première. Je ne peux pas avancer formellement qu'elle n'utilise pas ses représentations mais je pense que celles-ci sont trop statiques et comme elles ne sont pas liées par des liens logiques, elles sont peu pertinentes. En conclusion, nous avons une nouvelle preuve que sans compréhension, il est presque impossible d'élaborer une représentation et si elle l'est, elle ne sera pas en adéquation avec le problème. On voit également l'importance de se représenter les quantités lorsque l'on construit une représentation mentale. Sans cela, une critique du résultat est impossible.

Avec l'élève 6, j'ai eu beaucoup de mal à établir si elle construisait des représentations mentales. Pour le premier problème, elle a reconnu la structure. Elle ne s'est pas appuyée sur le vocabulaire du problème et je ne pense pas qu'elle ait élaboré une représentation. Pour le second, elle a procédé par élimination et n'a pas su justifier l'emploi de l'addition et non d'une multiplication. Pour le troisième, elle n'a pas eu de critique sur son résultat donc j'émets l'hypothèse d'un problème de représentation des quantités comme pour l'élève 5. Dans le dernier problème, elle avait expliqué sa représentation mentale mais celle-ci était erronée. Cette erreur est due à un problème de compréhension comme pour les élèves 4 et 5. D'après ces propos à la fin de l'entretien, élaborer une représentation n'a pas eu l'air nécessaire pour elle. Par contre, elle essaye quand cela lui parait difficile. Si effectivement, elle n'a pas l'habitude de se représenter les problèmes faciles, cela peut expliquer ses difficultés à se représenter ceux difficiles. Le manque de liens logiques me parait aussi être une difficulté. L'enfant n'a pas su, une seule fois, argumenter sa réponse. L'enfant lie la difficulté de l'exercice avec la difficulté de l'opération à effectuer comme l'élève 3. Elle est également la seule élève m'ayant expliqué qu'elle pensait que, parfois, plusieurs opérations pouvaient répondre à un problème. Je pense qu'elle sait que l'on peut résoudre des problèmes de différentes façons mais je m'interroge sur sa façon d'associer certaines opérations. Elle avait l'air de penser que 17+34 était équivalent à 17x34. Si cette élève se construit des représentations, je pense que celles-ci sont également statiques et manques de liens logiques. Elle n'a pas de réelle stratégie de résolution, à part peut-être l'élimination progressive mais elle ne peut en vérifier la validité sans représentation. De plus, elle ne met pas de sens derrière les opérations qu'elle effectue et n'a pas les notions de quantité. Je pense que pour cette élève, le manque de représentations mentales est réel et lui pose de grandes difficultés.

Malgré les limites de cette étude, je pense avoir tout de même mis en évidence certains éléments liés aux représentations mentales. Les difficultés des élèves dans la résolution de problèmes sont multiples. On peut cependant affirmer que la construction et l'emploi d'une représentation mentale est un atout pour la résolution. A l'inverse, le manque de celle-ci peut être la cause de grandes difficultés. Mais cette construction ne peut se faire sans compréhension du problème ou sans compréhension de ce que l'on cherche. De plus, elle doit contenir des éléments logiques de liaisons afin de ne pas être statique. La représentation des quantités est également un élément majeur pour la résolution car elle permet un retour sur le résultat. On sait que ces représentations sont en lien avec des situations déjà abordées ou similaires, qu'il s'agisse de situations réelles ou imaginaires. Cependant, si la représentation se base uniquement sur le réel et n'est pas adaptable aux attentes mathématiques, elle peut devenir un frein à la résolution.

II. Conclusion

Cette étude a permis la mise en évidence de l'importance des représentations mentales dans la résolution de problèmes arithmétiques verbaux. Elle fait également état des difficultés de leur construction et de certains problèmes qu'elles peuvent engendrer. Modifier une première conception étant très difficile, l'élève doit être capable d'élaborer une représentation qui est mobile, qui peut être modifiée par l'ajout, le retrait ou la transformation d'un élément. C'est un processus cognitif qu'il faut apprendre à construire afin d'en dégager une réelle utilité et d'en éviter les pièges. C'est pourquoi on peut se demander pourquoi la représentation mentale est-elle si peu étudiée par les didacticiens. Il est vrai que cette théorie est très récente mais beaucoup d'axes de recherche sont proposés dans les articles qui traitent de ce sujet.

On pourrait s'interroger sur le rôle que jouent les outils sémiotiques dans la construction de cette conceptualisation par exemple comme le propose Houdement (2011). Les dessins, la résolution verbale, les schémas etc… peuvent-ils aider les élèves dans cette démarche ? Il est envisageable également de s'intéresser plus en détail sur leurs structures afin d'en comprendre l'élaboration. La traduction du problème en langage mathématique est-elle en corrélation avec la représentation ? La plupart de ses recherches sont à mener en parallèle dans le domaine de la psychologie car n'oublions pas qu'il s'agit de procédés cognitifs. Cela permettrait de développer des méthodes d'apprentissage plus spécifiques pour les élèves qui ont des difficultés à en construire. Rappelons qu'il s'agit d'abstraction est que celle-ci est nécessaire dans l'apprentissage des mathématiques dans le futur cursus scolaire des élèves.

En tant que future enseignante, l'élaboration de ce mémoire m'a permis d'approfondir mes connaissances concernant les processus d'apprentissage des élèves dans le domaine des mathématiques en général. Les lectures effectuées ont éclairés certaines notions mathématiques quant à leur enseignement. M'étant intéressée au champ conceptuel additif, j'ai également beaucoup lu sur l'apprentissage du nombre, ainsi que sur les techniques opératoires additives et soustractives enseignées au cycle 2. Plus précisément sur les problèmes de l'école, j'ai pris conscience de toutes les compétences et connaissances nécessaires à la résolution de problèmes. Je compte donc améliorer mes progressions concernant la résolution de problème pour les prochaines années.

D'une façon plus générale, depuis que je travaille sur ce projet, je m'applique à décortiquer chaque notion en essayant d'anticiper les difficultés que pourraient rencontrer les élèves. Grâce à cela, je peux plus facilement apporter de l'aide que se soit un accompagnement progressif ou un support matériel. La diversité des difficultés que les élèves peuvent rencontrer dans le domaine mathématique, m'a permis d'élargir la question aux autres domaines. C'est dans le domaine grandeurs et mesures que j'ai commencé à faire de la différenciation. Puis, j'ai essayé dans le domaine de la lecture suivie. Ayant une classe très hétérogène, j'essaye de prendre en compte la diversité des élèves le plus souvent possible.

Je pense que la recherche en didactique est une aide précieuse dans ce métier. A partir d'apports théoriques, avec quelques recherches et une grande réflexion, il est possible d’utiliser ces connaissances pour aider nos élèves ponctuellement et au quotidien. Cela permet de faire progresser nos conceptions et donc notre pédagogie.

III. Bibliographie

Ouvrages de réflexion

CADET, E. R., 2014, La résolution de problèmes arithmétiques verbaux au primaire microanalyse de la dialectique sujet/matériel. Thèse de doctorat inédite, Université d'Ottawa, Ottawa.

FAYOL M., 2008, La résolution de problèmes : de la compréhension aux opérations. *Ministère de l'éducation nationale, L'enseignement des mathématiques à l'école primaire,* pp.49-58, DGESCO: Actes du séminaire national, Paris

HOUDEMENT C., 1998-1999, Le choix des problèmes pour la « résolution de problèmes », *Grand N*, 63, 59-76

HOUDEMENT C., 2011, Des connaissances cachées en résolution de problèmes ordinaires à l'école. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, volume 16,67-96

THEVENOT C., PERRET P., 2009, Le développement du raisonnement dans la résolution de problèmes: l'apport de la théorie des modèles mentaux, *Développements*, 2009/2, 49-56

VERGNAUD G., 1986, Psychologie du développement cognitif et didactique des mathématiques: un exemple, les structures additives. *Grand N*, 38, 21-40.

Ouvrages pédagogiques

COLOMB J. (et son équipe), 2005, Apprentissages numériques et résolution de problèmes, CE1 cycle 2, Hatier Ermel, Paris

GAMO S., 2007, La résolution de problèmes, cycle 2 CP-CE1, Bordas/SEYER.

Sites internet

GUFFOND S., [en ligne], http://www.connectice.org/IMG/pdf/vergnaud_champ_additif.pdf (annexe 1). Consulté le samedi 4 avril 2015

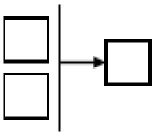
IV. Annexe

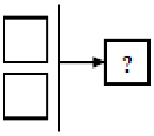
Classification des problèmes selon G. VERGNAUD
CHAMP ADDITIF

Sylvie Guffond, CPC Bonneville, 74

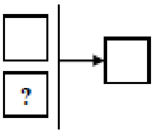
Composition d'états : (relation partie-partie-tout)

Schéma général :





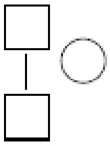
eeE : Recherche du composé : (Addition)
Dans un bouquet, il y a 8 roses et 7 iris. Combien y a-t-il de fleurs ?

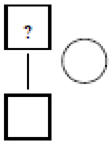


eEe : Recherche d'une partie : (soustraction)
Dans un bouquet de 15 fleurs composé de roses et d'iris, il y a 8 roses. Combien y a-t-il d'iris ?

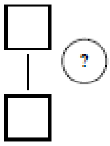
Comparaison d'états :

Schéma général :





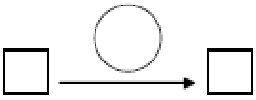
Ec+e ou Ec-e : **Recherche de l'un des états : (+ ou -)**
J'ai 25 voitures, j'en ai 5 de plus que ma sœur. Combien en a-t-elle ?

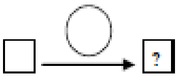


eC+e ou eC-e : **Recherche de la comparaison : (-)**
Mon ballon vaut 13 € dans un magasin et 18€ dans un autre. De combien est-il plus cher dans le 2e magasin ?

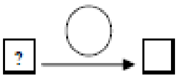
Transformation d'un état :

Schéma général :

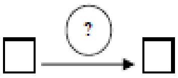




et+E ou et-E : **Recherche de l'état final : (+ ou -)**
Je suis sur la case 17, je recule de 5 cases.
Où vais-je arriver ?



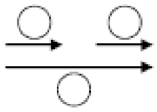
Et+e ou Et-e : **Recherche de l'état initial : (+ ou -)**
J'avance de 5 cases et j'arrive sur la 17..
D'où suis-je partie ?

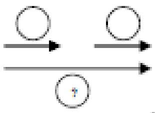


eT+e ou eT-e : **Recherche de la transformation : (+ ou -)**
J'avais 17 billes au début de la partie et maintenant, j'en ai 22. Combien en ai-je gagné ?

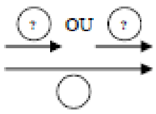
Composition de transformation :

Schéma général :





ttT : **Recherche de la transformation composée : (+ ou -)**
À la première partie je gagne 7 billes, à la deuxième, j'en perds 5. En ai-je gagné ou perdu ? Combien ?



Ttt ou tTt : **Recherche de l'une des composantes : (+ ou -)**

-Au jeu de l'oie, je joue 2 coups : au 2e, j'avance de 9. Au total, j'ai reculé de 4. Que s'est-il passé au premier coup ?

-Aujourd'hui, j'ai dépensé 56€. Ce matin, j'ai dépensé 24€. Combien ai-je dépensé cet après-midi ?

Annexe 1